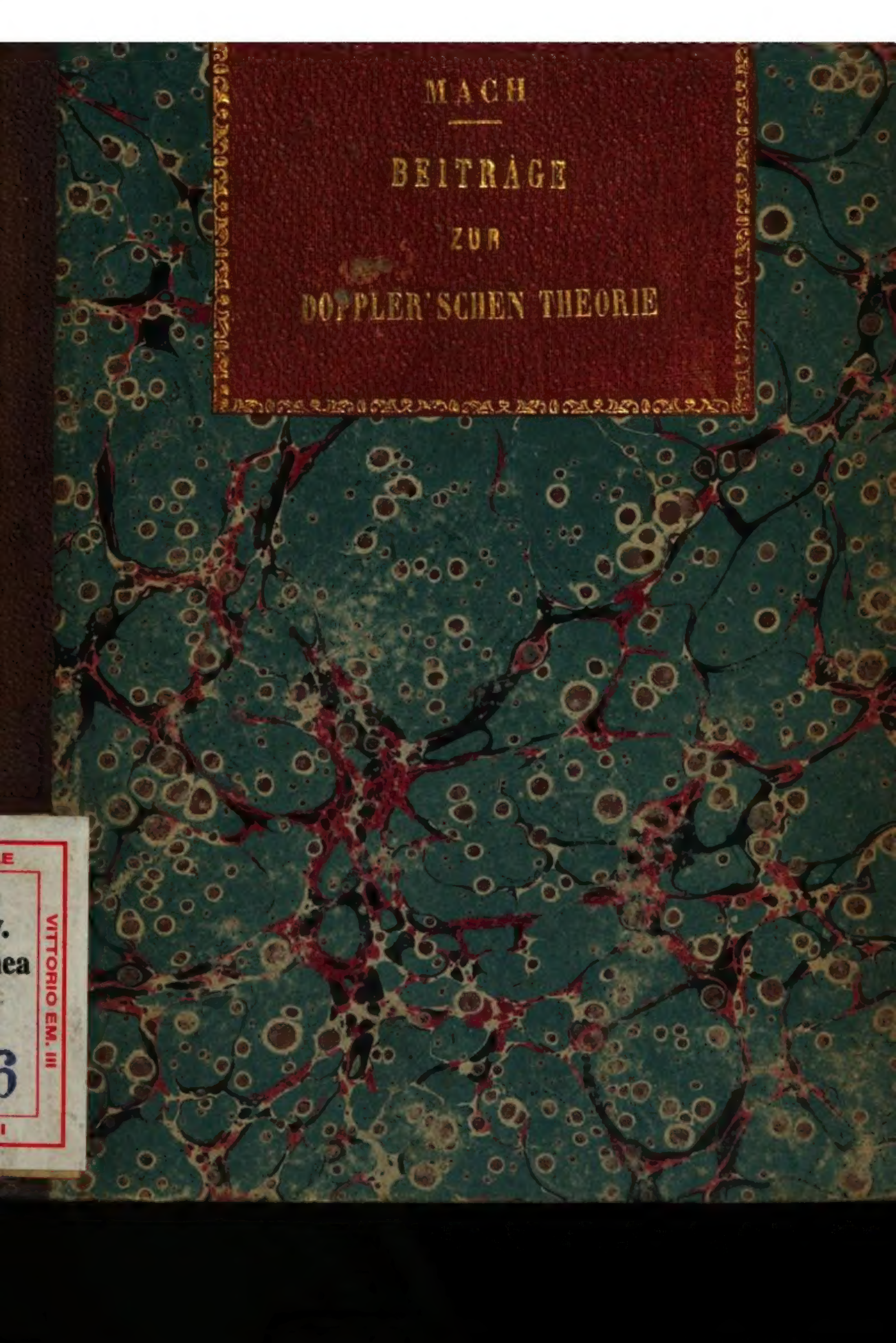
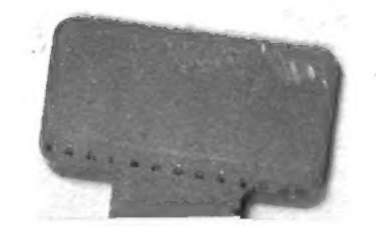

MACH
BEITRÄGE
ZUR
DOPPLER'SCHEN THEORIE
VITTORIO EM. III


FONDO PROVINCIA


NAZIONALE
BIBLIOTECA
B. Prov.
Miscellanea
B
35
226
VITTORIO EM. III
NAPOLI


BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio
Palchetto
Num.° d' ordine



BEITRÄGE

ZUR

DOPPLER'SCHEN THEORIE

DER

TON- UND FARBENÄNDERUNG DURCH BEWEGUNG.





GESAMMELTE ABHANDLUNGEN

VON

E. MACH.



PRAG, 1873.
J. G. CALVE'SCHE K. K. UNIV.-BUCHHANDL.
(OTTOMAR BEYER)

DRUCK VON HEINR. MERCY IN PRAG.

Einleitung.

Das erhöhte Interesse, welches man neuerdings der Doppler'schen Theorie der Ton- und Farbenänderung durch Bewegung ihrer astrophysischen Bedeutung wegen entgegen bringt, hat zur Folge, dass bei dieser Gelegenheit auch von meinen auf denselben Gegenstand bezüglichen Arbeiten Notiz genommen wird.

Diese Schriften bequem zugänglich zu machen und zugleich über die nicht immer richtige Stellung, welche man meinen Arbeiten in dieser Frage gegeben hat, aufzuklären, ist die Absicht, welche ich mit der Republication der vorliegenden drei Abhandlungen zu erreichen wünsche.

Obgleich ich mir der Mängel dieser meiner Erstlingsarbeiten, welche alle Fehler des Autodidakten und Anfängers zur Schau tragen, wohl bewusst bin, sehe ich mich doch genöthigt gleich hier einen Vorzug hervorzuheben.

Ich habe nie und nirgends angenommen, dass ein farbiger Stern auch eine grosse Bewegungsgeschwindigkeit haben müsste. Ich spreche immer ausdrücklich von farbenändernden Sternen und bestimme wie Seite 17 und nochmals S. 33 wieder ausdrücklich zu lesen ist, die Farbenänderung nicht durch das Auge, sondern durch die Verschiebung der Spectrallinien. Meine Schriften enthalten also, wie ich glaube, den ersten klaren Vorschlag zur spectroskopischen Bestimmung der Bewegung. Mit Ausnahme eines einzigen Punktes, den ich gleich bezeichnen will, brauche ich nichts von dem zurück zu nehmen, was ich gesagt habe. Alles bleibt wahr, auch dort, wo nach Mädlers Auseinandersetzungen die eigentliche Doppler'sche Theorie nicht

mehr gilt. Ich nehme also die Stellung, die mir Ketteler (astron. Undulations-Theorie S. 150) gibt, nicht ganz mit Recht ein.

Nie habe ich gezweifelt, dass gewöhnlich die astronomischen Geschwindigkeiten zu klein sind, um sich in der sichtbaren Farbe zu äussern. Dagegen gebe ich gerne zu, dass ich aus Mangel an astronomischer Erfahrung und auf die Autorität mancher Astronomen hin so rasche kosmische Bewegungen für möglich gehalten habe. Mit der Annahme solcher Geschwindigkeiten fällt nur Punkt 1 auf S. 15.

Die neu hinzugefügten Anmerkungen sind durch die beigesetzte Jahreszahl (1873) kenntlich.

Ueber die Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung.[1]

Vorliegende Abhandlung stellt sich die Aufgabe, die Doppler'sche Theorie der Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung einer neuen experimentellen und theoretischen Untersuchung zu unterwerfen. Diese Theorie wurde nämlich unserer Meinung nach, wenn auch manches an ihrer Form auszusetzen wäre, doch mit Unrecht angegriffen.

Doppler[2]) behauptet, dass ein Ton höher erscheine, sobald sich die Tonquelle mit bedeutender Geschwindigkeit dem Beobachter nähert, tiefer, sobald sie sich entfernt; er sucht diesen Vorgang durch eine elementare mathematische Betrachtung zu deduciren und überträgt dieselbe Anschauungsweise auch auf die Farbe einer in Bewegung befindlichen Lichtquelle.

Es wurden zur Bestätigung des erwähnten Satzes Experimente angestellt, welche fast sämmtlich zur Befriedigung ausfielen.

Dagegen behauptet eine geachtete mathematische Autorität[3]):

1. Entweder sind diese Experimente falsch und dann ist die Täuschung durch die Theorie hervorgerufen worden;

2. oder die Experimente sind richtig und dann ist wenigstens die Doppler'sche Erklärung eine unrichtige.

Seine letzte Streitschrift[4]) gegen Doppler schliesst der oben gedachte Gelehrte mit den Worten:

„Wenn auch bei dem gegenwärtigen Stande dieser Streitfrage der Einfluss der progressiven Bewegung einer Ton- oder Lichtquelle auf die schwingende Bewegung als noch nicht vollständig erörtert zu betrachten ist, so ist er doch ganz gewiss nicht derjenige,

---

[1]) Diese Abhandlung erschien. Sitzb. d. Wiener Akademie B. 41. Nr. 17. 1860 und Pogg. Ann. Bd. 112. — (1873).

[2]) Theorie des farbigen Lichtes der Doppelsterne. Prag 1842.

[3]) Prof. Petzvall in den Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. VIII. p. 567.

[4]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. IX, p. 679.

dem Masse nach und auch der Ordnung der Wirkungen nach, zu der er gehört, den die Doppler'sche Theorie gibt."

In dieser ersten Arbeit nun soll es unsere Aufgabe sein:

1. Streng experimentell nachzuweisen, dass durch Bewegung der Ton in der That geändert werde und zwar im Sinne der Doppler'schen Theorie;

2. es wahrscheinlich zu machen, dass selbst die nach der Doppler'schen Betrachtungweise gewonnenen Formeln als Näherungsgesetze anzusehen sind, welche für geringere Geschwindigkeiten gelten;

3. daran einige für die Astronomie wichtige Consequenzen zu knüpfen.

In einer folgenden Arbeit wollen wir den Einfluss der Geschwindigkeit, der progressiven Bewegung und Dichtenveränderung des Mittels auf die Tonhöhe genauer untersuchen. Gegen die Behauptung Prof. Petzval's, die Doppler'sche Erklärung der Facta, wenn sie auch wirklich existirten, sei ungenügend, können wir nichts einwenden, da sie wirklich mehr auf Analogie als auf eine strenge Untersuchung gegründet ist. Ueberhaupt wird kein Unparteiischer die Vorzüge der Petzval'schen Betrachtungsweise verkennen; nur war hiermit nicht die Berechtigung gegeben, eine Theorie, weil sie ungenau war, ganz über Bord zu werfen, ohne eine bessere an die Stelle zu setzen.

Wir wollen nun zunächst die Theorie, wie sie Doppler gibt, und die dagegen von verschiedenen Seiten her erhobenen Einwürfe speciell betrachten.

Doppler [1]) untersucht die beiden Fälle, wenn der Beobachter in Bewegung und die Tonquelle in Ruhe ist, so wie den entgegengesetzten gesondert.

Fig. 1.

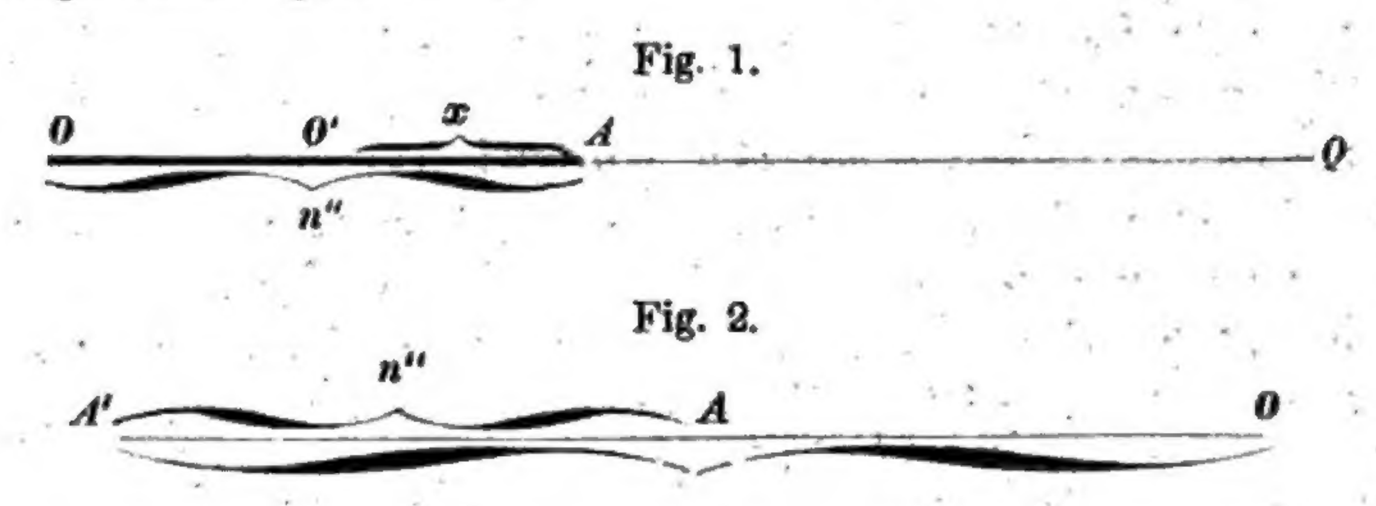


Fig. 2.

1. Fall. Es heisse die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortgepflanzt werden a, und O und A (Fig. 1, 2) bedeute An-

[1]) Ueber das farbige Licht, p. 6.

fang und Ende einer Welle, Q dagegen die entfernte Quelle derselben; ferner n die Anzahl Secunden, welche eine Welle nöthig hat, um von A nach O zu kommen, d. h. um eine Wellenlänge zu durchlaufen, und x'' die Zeit, die sie braucht, um den gegen oder von A sich bewegenden Beobachter zu erreichen. Man hat daher für den Fall der Annäherung sowohl, wie der Entfernung des Beobachters von oder an die Tonquelle, wegen

$$a x'' \pm \alpha x'' = an; \; x'' = \frac{a n}{a \pm \alpha};$$

2. Fall. Für diesen findet man auf ganz ähnliche Weise:

$$x'' = \left(\frac{a \mp \alpha}{a}\right) . n.$$

Wir bedienen uns statt der Doppler'schen Formeln lieber der folgenden. Bedeute γ die Geschwindigkeit der Welle, $\varkappa$ die der Wellenquelle, c die des Beobachters, τ die Schwingungsdauer der Quelle und τ' die scheinbare Schwingungsdauer; so hat man

1. bei Bewegung der Quelle allein:

$$\tau' = \tau . \frac{\gamma - \varkappa}{\gamma};$$

2. bei Bewegung des Beobachters allein:

$$\tau' = \tau . \frac{\gamma}{\gamma - c};$$

3. wenn Quelle und Beobachter zugleich sich bewegen:

$$\tau' = \tau \frac{\gamma - \varkappa}{\gamma - c};$$

wobei x und c positiv zu nehmen sind in der Richtung von der Quelle gegen den Beobachter, negativ in der entgegengesetzten. Statt der Schwingungsdauer könnte man auch ohne Veränderung der Formeln die entsprechende Wellenlänge einführen.

1. Professor Petzval setzt dieser Theorie das Princip der Erhaltung der Schwingungsdauer entgegen.[1]) Herr Regierungsrath A. Ritter von Ettingshausen sagt aber schon im IX. Bande der Sitzungsberichte, p. 29, bei Gelegenheit der Besprechung des betreffenden Aufsatzes: „Der Herr Verfasser geht über die Befugniss, welche ihm die Prämissen gestatten, hinaus, wenn er (Sitzungsberichte, Jännerheft, S. 155), nachdem nur ein anfänglicher Erregungszustand besprochen war, die für selben in Anspruch genommene Folge auch ohne weitere Erörterung auf jeden, einem schwingenden Körper anhängenden permanenten Erregungszustand bezieht". — Es wird ausserdem gut sein zu bemerken,

---

[1]) Sitzb. VIII, p. 134.

dass das Princip von der Schwingungsdauer eines und desselben Theilchens spricht, während Auge und Ohr im Zustande der Bewegung, ihre Phasen in jedem Augenblicke von einem andern Theilchen empfangen.

2. Die von Doppler gewonnenen Formeln sind nach der Voraussetzung abgeleitet, dass der Ton aus einer Reihe von Explosionen bestehe, denn es wird hier von der Welle wie von einem Individuum gesprochen, was nach Prof. Petzval's Ansicht unstatthaft ist. [1]) Es kann aber wenigstens Explosionstöne geben, eine Sirene z. B. mit kleinen weitabstehenden Löchern, wie auch Savart's gezähntes Rad bringt einen solchen hervor. Pflanzen sich aber die eine Welle zusammensetzenden Elementarwellen mit gleicher Geschwindigkeit fort und ohne sich zu stören, wie man das wohl annimmt, so gelten dann diese Formeln für jede Wellenform, da die Tonhöhe nur durch den Abstand zweier entsprechender übrigens ganz beliebiger Phasen bestimmt ist, welche Phasen man dann immerhin als momentan oder als Explosion fassen kann. Uebrigens wird Niemand dagegen sein, wenn man an die Stelle der Doppler'schen Ableitung die strengere und elegantere Petzval's setzt, die übrigens, was die Wellenlänge betrifft, zu demselben Resultate geführt hat.

3. Die beiden vorigen Einwürfe wurden unter der Voraussetzung betrachtet, dass das Mittel an der progressiven Bewegung des tönenden Körpers, so wie des Beobachters keinen Antheil nehme. Auch diese Voraussetzung findet Prof. Petzval unrichtig; es sei nämlich nicht einzusehen, warum das Mittel die periodische Bewegung bereitwilliger aufnehmen solle als die progressive. Wir erlauben uns dagegen mit Bestimmtheit zu behaupten, dass die periodische Bewegung vom Mittel in einer ganz anderen Weise aufgenommen werde als die progressive; die Art dieser Aufnahme wird nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Grösse und Form des Querschnittes abhängen. Wären Beobachter und tönender Körper unendliche parallele Ebenen oder in einer Röhre eingeschlossen, in der Art, dass sie das ganze zwischen ihnen liegende Mittel vor sich herschieben müssten, so würde man allerdings diesen Fall der Rechnung unterwerfend zu anderen Resultaten gelangen als Doppler. Ist aber der tönende Körper von begrenztem Querschnitte, so kommt noch ein anderer Umstand hinzu, der bei der periodischen und progressiven Bewegung von

---

[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss, VIII, p. 567.

ganz verschiedenem Einflusse ist. — Nach dem Principe der Gleichheit des Druckes nach allen Richtungen bei Flüssigkeiten, sucht sich nämlich jede dem Mittel beigebrachte Aenderung der Dichte nicht nur an die folgende Schichte fort zu pflanzen, sondern auch nach der Seite auszugleichen. Folgt nun, wie bei der schwingenden Bewegung schnell hinter einander Verdichtung auf Verdünnung, so ist zu dieser Ausgleichung nach der Seite hin so zu sagen keine Zeit, indem die ganze Dichtenänderung sogleich an die folgende Schichte übertragen wird. Bei einer fortdauernden, durch eine progressive Bewegung beigebrachten Verdichtung oder Verdünnung hingegen wird sich diese auch fortwährend nach der Seite ausgleichen, das Mittel wird zur Seite ausweichen oder hereinströmen, so zwar, dass namentlich bei geringen Geschwindigkeiten der ganze Einfluss der progressiven Bewegung schon in einer geringen Entfernung von der Quelle erlischt. Desshalb wird wahrscheinlich auch das obige Rechnungsresultat bei geringen Geschwindigkeiten durch den Einfluss der progressiven Bewegung nicht bedeutend afficirt. [1]) Wir nehmen uns übrigens vor, diese Deduction, welche wir hier blos angedeutet haben und die eigentlich von der Integration einer partiellen Differentialgleichung abhängt, unter erleichternden Voraussetzungen nächstens mathematisch durchzuführen.[2]) Es sind also die Doppler'schen Formeln nur Näherungsgesetze für geringe Geschwindigkeiten.

4. Endlich wirft Prof. Petzval[3]) jener Theorie noch die absurden Folgerungen vor, welche sich aus den aufgestellten Formeln ziehen lassen. Dieser Vorwurf fällt von selbst weg, da wir die Geltung der Formeln auf den Fall geringer Geschwindigkeiten einschränken. Man könnte ja sonst auch das Brechungsgesetz angreifen, weil es für den speciellen Fall der totalen Reflexion verlangt, dass der Sinus grösser als 1 sein solle, was wenigstens eine eben so grosse Unmöglichkeit ist wie ein unendlich hoher oder ein negativer Ton.

Alles zusammengefasst, bleibt es also das Verdienst des Herrn Prof. Petzval nachgewiesen zu haben, dass Doppler's Theorem

1. mangelhaft deducirt sei und
2. nicht allgemein gelten könne.

---

[1]) Anders ist es natürlich bei einer sehr schnellen Bewegung.

[2]) Ein Problem, welches in seiner allgemeinsten Form mit sehr bedeutenden analytischen Schwierigkeiten verbunden ist.

[3]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. IX, p. 699.

Nun zu den von anderen Seiten her gemachten Einwürfen!

Es lohnt sich nicht der Mühe auf diejenigen einzugehen, welche sich auf die blosse Behauptung reduciren, man habe sich bei den für die Theorie angestellten Versuchen getäuscht; es erübrigt nur noch der experimentelle Beweis, den Angström, gegen die Doppler'sche Theorie, wenigstens bezüglich der Farbe, versucht hat.

Angström [1]) untersucht das Spectrum des zwischen zwei vertical über einander aufgestellten Metallkugeln überspringenden elektrischen Funkens. Das Spectrum, welches sich hier zeigt, ist eigentlich eine Ueberdeckung zweier Spectra; der eine Theil rührt von der Luft, der andere von den fortgeschleuderten glühenden Metalltheilchen her. Nun meint Angström, wenn man den Funken statt in verticaler in einer sehr geneigten Richtung überspringen liesse, so müssten die Linien im Spectrum wandern, da die Metalltheilchen des einen Poles sich nach seiner Angabe mit einer Geschwindigkeit von 80—90 Meilen dem Beobachter nähern, die des andern sich ebenso schnell entfernen. Eigentlich müsste sich jede vom Metall herrührende Linie in zwei spalten, die nach entgegengesetzter Richtung aus einander treten. Stellt man nun das Experiment wirklich an, so bemerkt man gar keine Veränderung im Spectrum. Angström hat hier das Fortschreiten des Glühens mit dem Fortschreiten der glühenden Theilchen verwechselt, was eben so unstatthaft ist, als wenn man das Fortschreiten einer Wasserwelle mit dem Fortschreiten der Wassertheilchen vermengen wollte. Ueberdies widerlegt er sich selbst, indem er einige Seiten weiter sagt, dass wenn man auch den Funken schief überspringen lässt, die Metalltheilchen doch (wahrscheinlich durch den Strom der erwärmten Luft) aufwärts getrieben werden. Wäre in der That die Geschwindigkeit der Theilchen eine so grosse, wie sie ihnen Angström zuschreibt, so könnte die kleine Kraftcomponente, welche vom Luftstrome herrührt, keine solche Ablenkung bewirken. Es ist also klar, wie wenig das angeführte Experiment entscheiden kann. [2])

Uebergehen wir nun zu den Versuchen, welche zur Unterstützung der Doppler'schen Theorie angestellt wurden; diese allein würden schon, da sie fast durchgängig gelungen sind, die Einwürfe der Gegner entkräften, wenigstens würden sie beweisen,

---

[1]) Optische Untersuchungen in Poggendorff's Annalen, 94. Bd., p. 141.

[2]) Hiemit scheint mir die Frage erledigt, die Ketteler (astronomische Undulationstheorie S. 28) noch für unerledigt hält. — (1873).

dass die Deductionen derselben auf unstatthaften Voraussetzungen beruhen. Zu diesen Versuchen gehören:

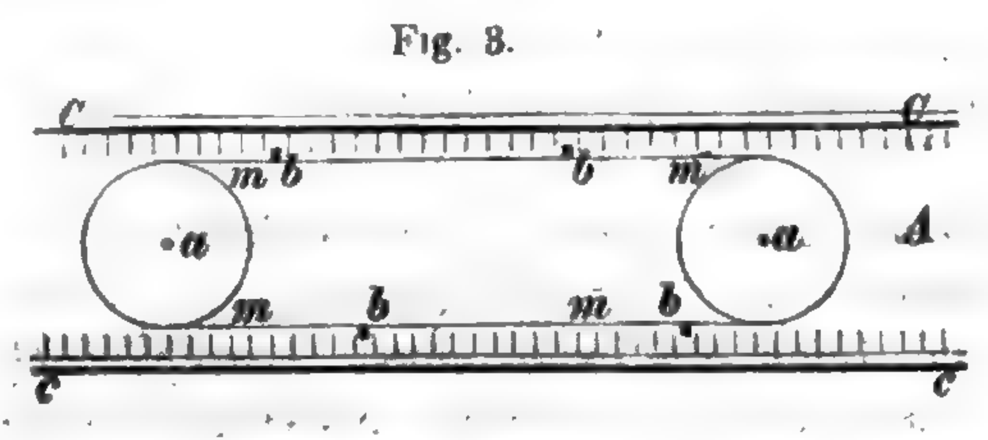
1. Die auf Eisenbahnen [1]) von Dr. Buys Ballot in Belgien und von M. Scott Russel in England angestellten, welche beide lehrten, dass der kommende Ton höher, der fortgehende tiefer erscheine.

2. Fizeau [2]) soll einen Versuch durch eine Art Umkehrung des Savart'schen gezähnten Rades gemacht haben, der zur Befriedigung ausfiel. Es war mir nicht möglich etwas Genaueres darüber zu erfahren.

3. Als ich anfing mich mit dieser Theorie zu beschäftigen, stellte ich zunächst einige vorläufige Versuche mit durchbohrten Spitzkugeln an, welche ich nahe an mir vorüberschiessen liess und deren pfeifenden Ton ich beobachtete. Die Entfernung, in der ich mich aufgestellt hatte, war so gewählt, dass man annehmen konnte, die Geschwindigkeit der Kugel sei noch ziemlich constant. Beim Vorübergehen hörte ich den Ton plötzlich aus der Höhe in die Tiefe fallen. Da übrigens diese Art des Experimentirens viel Unsicherheit hat, suchte ich nach einer besseren Methode.

4. Eisenbahnen stehen als Experimentirmittel nicht Jedermann zu Gebote; auch glaube ich, dass man bei anderen einfachen Vorrichtungen mit weniger Aufwand die Umstände mehr in der Hand hat. Diese Art von Versuchen hat überdies noch den Vortheil, dass jeder, der sich von der Richtigkeit der Thatsachen überzeugen will, sie mit Leichtigkeit wiederholen kann. Durch Herrn Regierungsrath v. Ettingshausen unterstützt, [3]) construirte ich im k. k. physikalischen Institute einen Apparat, dessen Schema die beiliegende Zeichnung gibt: *aa* sind zwei Rollen, über welche eine Gurte *mm* gespannt ist, die 4 Stifte *bb* trägt. Wird der Apparat dadurch in Rotation versetzt, dass man die eine der Rollen mittelst einer Schnur mit der Dreh-

Fig. 3.



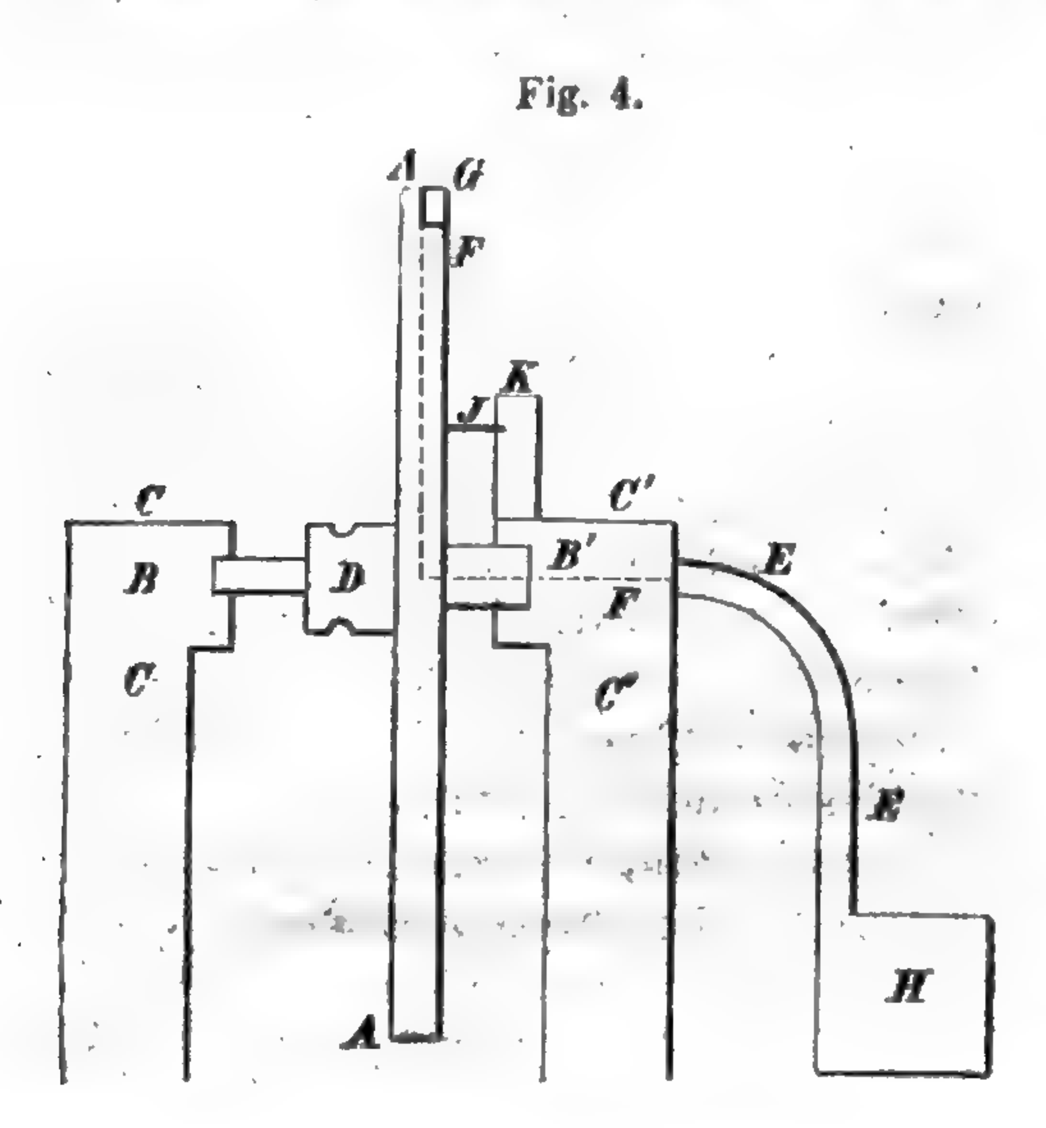
[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. V, p. 154.

[2]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. V, p. 154.

[3]) Diese Worte, so wie die Schlussworte dieser Abhandlung beziehen sich auf eine Unterstützung durch die Geldmittel des Wiener physikalischen Institutes — (1873).

bank verbindet; so schlagen die Stifte *bb* an die zwei gleichgezähnten Stangen *cc*, indem sie an denselben in entgegengesetzter Richtung hin laufen. Nach Doppler's Ansicht müsste man nun, wenn man sich in *A* aufstellt, bei hinreichender Geschwindigkeit zwei verschiedene constante Töne hören. Es war jedoch bei diesem Apparate nicht möglich eine bedeutende Geschwindigkeit zu erzielen, da die Reibungswiderstände zu gross waren. Man sieht, dass dieser Apparat der Fizeau'schen Vorrichtung wahrscheinlich sehr ähnlich ist, wenn er nicht ganz mit derselben zusammenfällt. Uebrigens ist gegenwärtig kein Grund das Misslingen dieses Experimentes zu bedauern, da es doch nicht vollständig überzeugend gewesen wäre, indem sich hier die Tonquelle nicht wirklich, sondern nur imaginär bewegt.[1])

Fig. 4.



5. Ich schritt nun zu einem neuen Versuche, der endlich vollständig gelang. Der zu diesem Zwecke construirte Apparat ist von folgender Beschaffenheit: *AA* ist eine 6' lange Stange, welche mit einem horizontalen Zapfen *BB'* in dem Lager *CC* läuft. Die Rolle *D* wird mit dem Schwungrade der Drehbank verbunden, um das Ganze in schnelle Rotation zu versetzen. Der dickere Theil des Zapfens *B'* steckt luftdicht in einer Stopfbüchse *C' C'* und ist mit einer Axenbohrung versehen. Zur Stopfbüchse führt ein Rohr *EE* von einem Blasebalg *H* und es gelangt nun die Luft durch dieses Rohr in die Axenbohrung des Zapfens und eine Längsbohrung der Stange *FFF* bis an das eine Ende der Stange, wo ein kleines Schnarrpfeifchen eingesetzt ist, ein gewöhnliches

[1]) Ketteler (astron. Undulationsth. S. 23) findet diese Ansicht sonderbar. Sie erklärt sich einfach daraus, dass meine Arbeit zunächst gegen Petzval gerichtet war, bei welchem der berührte Punkt eben einen Haupteinwand bildet. — (1875).

Stimm-A, wie es bei Orchestern gebraucht wird. *J* ist ein elastisches Plättchen, welches durch den mit der Stange *AA* verbundenen Stift *k* angeschlagen wird, wodurch man die Zahl der Umläufe in einer gewissen Zeit bestimmen kann.

Versetzt man Blasebalg und Drehbank zugleich in Thätigkeit und stellt sich in der Ebene der Rotation auf, so hört man den sonst vollkommen constanten Ton sogleich auf und abschweben, wie es nach Doppler's Ansicht sein muss, da sich die Geschwindigkeit des tönenden Körpers gegen den Beobachter oder genauer der Differentialquotient der Entfernung des tönenden Körpers vom Beobachter, nach der Zeit genommen in jedem Augenblicke ändert. Wird die Rotation beschleunigt, so vergrössert sich zugleich die Tondifferenz. Man kann nun nachweisen:

α) Dass die Schwebung des Tones von keinem andern Umstande abhänge, als von der Richtung und Geschwindigkeit gegen den Beobachter;

β) dass die wahrgenommene Schwebung rein subjectiv sei.

α. Die Schwebung kann nicht von Stössen des Blasebalges oder der Drehbank herrühren, da diese vollkommen gleichförmig wirken und höchstens einen Unterschied in der Intensität geben könnten.

Die Rotation an sich könnte den Ton wenigstens nicht periodisch ändern, da ein Element der Kreisbahn dem anderen vollkommen congruent ist, blos der ebengenannte Differentialquotient hat eine Periode.

So lange die Rotation währt, fällt immer, wie man sich durch das Zählwerk überzeugt, die Dauer eines Auf- und Abschwebens mit der Dauer eines Umlaufes zusammen; es ist klar, welche Unwahrscheinlichkeit diese Thatsache hätte, wenn die Schwankung des Tones durch zufällige Störungen entstünde.

β. Man kann sich aber auch überzeugen, dass die Tonveränderung subjectiv sei. Wo man auch immer stehen mag, hört man den höheren Ton beim Ankommen, den tieferen beim Fortgehen der Stange.

Stellt man sich in die Rotationsaxe, so vernimmt man nebst den von den Wänden des Zimmers herrührenden Reflexen noch ein vollkommen constantes Singen des Tones. Versetzt man den Apparat in sehr schnelle Rotation, so tönt er auch ohne Blasebalg durch die blos vermöge der Centrifugalkraft durchgetriebene Luft; stellt man sich dann in der Rotationsebene auf und führt ein Rohr von der Stopfbüchse zum Ohr, so hört man durch das-

selbe einen intensiven schönen constanten Ton, während man von aussen eine bedeutende Schwankung vernimmt.

Selbst die Tondifferenz, so weit man sie durch das blosse Ohr bestimmen kann, scheint den Formeln Doppler's zu entsprechen. Unsere Stange hat 6' Länge; es legt also jeder Endpunkt bei einem Umlaufe nahe 18' zurück. Man sollte nun nach der Theorie bei etwas mehr als einem Umlaufe in der Secunde, einen halben Ton, zwischen 3 und 4 Umläufen nahezu eine Secund-Tondifferenz bekommen, was durch das Gehör bestätigt wird. Es gelang mir nicht die äussersten Grenzen des schwebenden Tones durch das Monochord zu fixiren. Man muss zum Zwecke der Messung einen anderen Apparat construiren, bei welchem man zwei verschiedene constante Töne erhält.

Ich glaube nun durch Theorie und Experiment gleichmässig Folgendes constatirt zu haben:

1. Die Tonhöhe wird durch Bewegung in der That geändert, und zwar im Sinne der Doppler'schen Theorie.

2. Die von Doppler aufgestellten Formeln sind Näherungsgesetze, welche für geringere Geschwindigkeiten gelten.

Auf den letzten Punkt unserer Aufgabe, nämlich die für die Astronomie wichtigen Consequenzen, wollen wir noch einen Blick werfen.

Man hat schon häufig beobachtet, dass gewisse Sterne ihre Farbe periodisch ändern; diese Erscheinung ist auf Grundlage der obigen Theorie nach Doppler erklärt, wenn man annimmt, die Geschwindigkeit der Sterne sei mit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar und ändere sich periodisch, welche Annahme durch die Gesetze der Centralbewegung wohl gerechtfertigt ist. In der That hat die Richtigkeit dieser Erklärung eine grosse Wahrscheinlichkeit, wenn man Folgendes bedenkt:

α. Eine andere Erklärung der Erscheinung ist wohl nicht möglich. Wollte man annehmen, eine periodische physikalische Aenderung des Leuchtprocesses finde auf dem Sterne Statt, oder bei der Bewegung des Sternes durch verschiedene Gegenden des Weltraumes werden verschiedene Farben absorbirt; so wären diese Hypothesen so wenig plausibel, dass sich zu ihrer Annahme schwerlich jemand entschliessen würde.

β. Wir wissen von den Sternen, dass sie sich in Kegelschnitten bewegen. Das einzige, was sich mit der Farbe des Sternes zugleich ändert, ist also seine Richtung und Geschwindigkeit; es

ist nun ein ganz natürlicher und der in der Naturwissenschaft herrschenden Methode angemessener Gedanke, Farbe und Geschwindigkeit in Zusammenhang zu bringen. Auch ist es jedem Mathematiker klar, wie wahrscheinlich dieser Zusammenhang auch dann schon wäre, wenn man ihn noch gar nicht einsehen könnte.

γ. Endlich gewinnt diese Erklärung noch dadurch, dass aus ihr abgeleitete Erscheinungen durch Beobachtungen vollständig bestätigt werden. Unser Planetensystem bewegt sich mit grosser Geschwindigkeit gegen das Sternbild des Hercules hin; es sollten also nach der Theorie dort die meisten violetten Sterne zu finden sein; Sestini's Beobachtungen bestätigen das [1]).

Durch das Licht allein gelangen wir zu unserer Kenntniss über den Weltraum, durch das Licht wissen wir alles, was über die physikalische Beschaffenheit und Bewegung der Himmelskörper bekannt ist; durch das polarisirte Licht unterscheiden wir beleuchtete Gestirne von selbstleuchtenden. Es bedarf nur einer kurzen Ueberlegung, um einzusehen, dass die besprochene Theorie uns befähigt noch viel weiter zu gehen; dieselbe gibt nämlich nicht nur eine beiläufige Erklärung der Erscheinungen am Himmel, sondern sie gibt sogar einen mathematisch genauen Aufschluss über die Art der Bewegung der beobachteten Gestirne. Ich will hier nur zwei Punkte hervorheben.

1. Die Bestimmung der Geschwindigkeit unseres Planetensystems gegen den Hercules und

2. die Berechnung der Bahnelemente periodisch farbiger Sterne.

1. Wollte man die Geschwindigkeit des Planetensystems gegen den Hercules bestimmen, so würde man von folgenden Betrachtungen ausgehen.

Die Gestirne des Himmels bewegen sich in den verschiedensten Richtungen und Geschwindigkeiten gegen uns und haben daher auch die verschiedensten Farben. Theilen wir die Sterne nach Farben oder deren Wellenlängen in mehrere Classen, so können wir von einer mittleren Wellenlänge auf einer gewissen Fläche des Himmels reden und diese wird, wenn $\lambda\, \lambda'\, \lambda''$ . . . die verschiedenen Wellenlängen und $n\, n'\, n''$ . . . die zugehörige Zahl der Sterne bedeuten, durch den Ausdruck gegeben:

$$A = \frac{n\lambda + n'\lambda' + n''\lambda'' + \ldots}{n + n' + n'' + \ldots} = \frac{\Sigma n \lambda}{\Sigma n}.$$

---

[1]) Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. V, p. 154.

Nehmen wir an, diese mittlere Wellenlänge wäre über den ganzen Himmel gleich, wenn sich unser System nicht gegen den Hercules bewegen würde, so wird dieses Verhältniss sogleich geändert, wenn sich unser System wirklich bewegt. Wir nehmen nun die Richtung gegen den Hercules als Axe und theilen senkrecht auf diese den Himmel in eine grössere Anzahl Parallelgürtel ab. Auf die Wellenlänge desjenigen Gürtels nun, der bei dieser Anordnung den Aequator bildet, wird die Geschwindigkeit c des Planetensystems gar keinen Einfluss üben, da ihre Projection in dieser Richtung $= 0$ ist, und seine mittlere Wellenlänge würde sich am ganzen Himmel zeigen, wenn $c = 0$ wäre; wir bezeichnen sie mit $\varLambda_m$. — Die mittlere Wellenlänge in einem andern Gürtel, dessen Radius vector mit der Richtung gegen den Hercules den Winkel φ einschliesst, wird nun nach unserer Formel sein:

$$\varLambda\varphi = \varLambda_m \cdot \frac{\gamma}{\gamma - c \cos\varphi};$$

hieraus ergibt sich: $c = \gamma \cdot \frac{\varLambda\varphi - \varLambda m}{\varLambda\varphi \cdot \cos\varphi}$

und wenn man dieselbe Rechnung bei allen n Gürteln durchführt und hieraus das Mittel nimmt; so hat man:

$$c = \frac{\gamma}{n} \sum_{h=1}^{h=n} \frac{\varLambda\varphi_h - \varLambda m}{\varLambda\varphi_h \cos\varphi_h};$$

da man der Beobachtung desto mehr Gewicht beilegen muss, je grösser die Fläche des Gürtels ist, so sind die Verhältnisszahlen der Fläche des Gürtels f_h und der Kugelfläche F einzuführen:

$$c = \frac{\gamma}{nF} \sum_{h=1}^{h=n} \frac{\varLambda\varphi_h - \varLambda m}{\varLambda\varphi_h \cos\varphi_h} f_h.$$

Wollte man die Rechnung wirklich ausführen, so müsste man noch den violetten Sternen ein grösseres Gewicht beilegen, als den rothen, indem jene nach der Theorie die intensiver leuchtenden sind und daher weniger leicht übersehen werden. Überhaupt dürfte mit Zuhilfenahme schon gemachter astronomischer Erfahrungen noch manches zu modificiren sein.

Man könnte das hier angedeutete Problem auch allgemeiner fassen: eine Geschwindigkeit nach drei beliebigen Richtungen zerlegt annehmen und nun die wahrscheinlichsten Werthe dieser Componenten ermitteln. Nach dem Auseinandertreten der Sterne in der Gegend des Hercules hat man erkannt, dass sich unser Planetensystem in dieser Richtung bewegt; hat man die Geschwindigkeit dieser Bewegung nach unserer Methode bestimmt, so wird es erlaubt sein nach der Art des Auseinander- und Zu-

sammentretens der Sterne in verschiedenen Partien des Himmels auf die mittlere Entfernung dieser Partien zu schliessen.

2. Der Bestimmung der Bahnelemente periodisch farbiger Sterne liegt folgender Gedanke zu Grunde:

Durch die Projection der Geschwindigkeit des Sternes auf die Richtung, in welcher wir ihn sehen, ist seine Farbe bestimmt, und da diese Geschwindigkeitsprojection nach den Gesetzen der Centralbewegung als Function der Zeit und der Bahnelemente bekannt ist, so sind durch eine gehörige Anzahl Beobachtungen von Farbe und Zeit und die darauf gegründeten Gleichungen diese Bahnelemente gegeben. — Die Neigung der Bahnebene des Sternes gegen die Richtung, in welcher wir ihn sehen, bleibt nach dieser Methode unbestimmt, wenn man keine messbare Ortsveränderung nachweisen kann, da die Neigung sowohl Zeit als Geschwindigkeit in ganz gleicher Weise afficirt und daher aus den aufgestellten Gleichungen nicht bestimmt werden kann. In diesem Falle kann man dann auch nur eine untere Grenze für die absolute Grösse der Bahnelemente und die Entfernung angeben. Aus leicht begreiflichen Gründen ist aber die Neigung der Bahnebene, hiemit die absolute Grösse der Elemente und die Entfernung bestimmt, sobald man eine messbare Ortsveränderung an dem Sterne bemerkt. Sollte die Photometrie noch Fortschritte machen, wie es wohl zu erwarten ist, so werden wir wenigstens in den speciellen Fällen, in welchen wir es mit sehr gestreckten Ellipsen zu thun haben, die Messung der Ortsveränderung durch Messung der Lichtintensität ersetzen können. Zugleich mit der Farbe ändert sich nämlich die Lichtintensität und diese hängt nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Entfernung des Sternes ab.

Man kann also durch Beachtung der Lichtintensität einerseits die aus der Farbe gerechneten Elemente controliren und andererseits, wenn ein Theil dieser Elemente bekannt ist, die fehlenden (z. B. Neigung der Bahnebene und Entfernung) bestimmen.

Bei den Bestimmungen der Farbe, welche man zum Zwecke der Rechnung machen wird, kann man sich nicht auf das blosse Auge verlassen, sondern man müsste beiläufig so verfahren:

Das Bild des Sternes wird durch das Prisma in ein Spectrum zerlegt, in welchem sich nun zweierlei dunkle Linien zeigen, die einen rühren von unserer

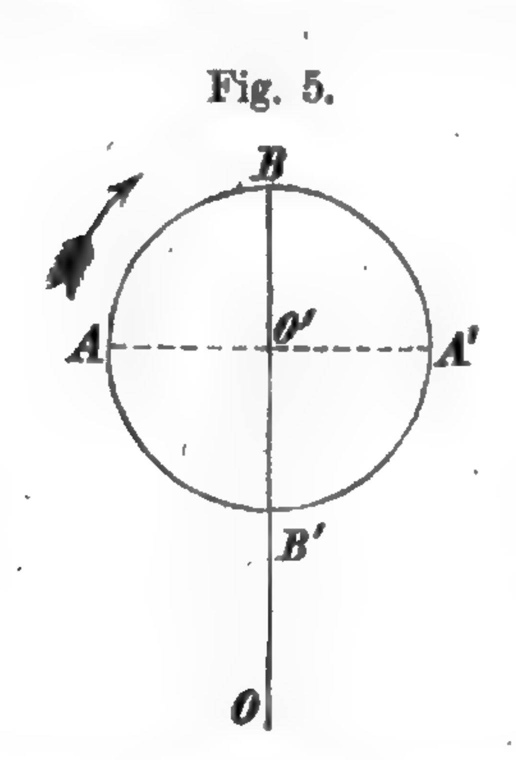
Atmosphäre, die anderen vom Sterne her; die letzteren müssen nun beim Farbenwechsel des Sternes ihren Ort ändern und aus dieser Aenderung wird die Geschwindigkeit des Sternes bestimmt.

Wir müssen uns hier vorläufig auf die einfachsten Beispiele der Bahnbestimmung beschränken.

I. Es bewege sich der zu beobachtende Stern in einem Kreise. Ob dies stattfinde oder nicht, werden wir unter allen Umständen sehr leicht entscheiden können, selbst wenn wir gar keine Ortsveränderung am Sterne nachweisen können. In unserem Falle wird nämlich der Stern eine gleichlange Zeit brauchen, um von seiner grössten Wellenlänge zur kleinsten und von dieser zurück zur grössten zu gelangen. Bei der Ellipse findet das nicht mehr Statt, weil hier die Geschwindigkeit verkehrt proportionirt ist der Normale; man wird aber hier gerade aus dem erwähnten Zeitverhältnisse am leichtesten die Excentricität bestimmen.

1. Der Stern bewege sich also in einem Kreise vom Radius r mit der Geschwindigkeit k; der Kreis liege so weit, dass er uns nur einen verschwindenden Gesichtswinkel gebe, und die Richtung, in welcher wir den Stern sehen, falle in die Ebene des Kreises. Befindet sich der Beobachter in der Richtung $O'O$ und bewegt sich der Stern in der Richtung des Pfeiles, so zeigt er in A die grösste, in A' die kleinste Wellenlänge, in BB' seine natürliche, welche das arithmetische Mittel aus der grössten und kleinsten ist. Beobachtet man nun die ganze Farbenperiode, so kann man mit Zuhilfenahme der bekannten Savary'schen Methode die Bahnelemente mit Leichtigkeit bestimmen. Die halbe Periode des Sternes von B' bis B wird nämlich scheinbar länger ausfallen, als die andere Hälfte von B bis B', weil das Licht von B einen längeren Weg zum Beobachter zurückzulegen hat. Ist T die wahre halbe Umlaufszeit und τ die Zeit, die das Licht braucht, um BB' zu durchlaufen, so hat man für die scheinbare Dauer der ersten Periodenhälfte:

Fig. 5.



$$T_1 = T + \tau; \text{ für die zweite } T_2 = T - \tau;$$

hieraus:

$\tau = \frac{T_1 = T_2}{2}$; ist γ die Lichtgeschwindigkeit, so ergibt sich $\gamma \tau = 2r$ und

$$1) \ldots r = \gamma \frac{T_1 - T_2}{4}; \text{ ferner } r\pi = k\tau; \; 2) \ldots k = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \gamma \frac{\pi}{2};$$

womit aber die Elemente bestimmt sind. Wäre nun noch eine Parallaxe gegeben, so hätte man auch die Entfernung, da der Radius der Bahn bekannt ist.

2. Unabhängig von der Savary'schen Methode findet man die Bahnelemente auch auf eine andere Art:

Bedeutet λ' die kleinste, λ'' die grösste, λ die mittlere Wellenlänge, T die halbe Umlaufszeit, so ist

$$\lambda' = \lambda \frac{\gamma - k}{\gamma}; \; \lambda'' = \lambda \frac{\gamma + k}{\gamma}; \; \lambda = \frac{\lambda'' + \lambda'}{2};$$

also: $k = \gamma \frac{\lambda'' - \lambda'}{\lambda'' + \lambda'}$; . . . . 1)

und da $cT = r\pi$; $r = \frac{\gamma T}{\pi} \cdot \frac{\lambda'' - \lambda'}{\lambda'' + \lambda'}$; . . . . 2)

3. Halten wir die früheren Voraussetzungen fest und nehmen wir an, wir wollten bloss einen Theil der Farbenperiode beobachten. Durch die Projection der Geschwindigkeit auf $O'O$ ist die Farbe bestimmt und umgekehrt kennt man die Farbe, so hat man auch die Geschwindigkeits-Projection; diese ist $c = \frac{ds}{dt} \cos \tau$, worin ds das Bogenelement bedeutet. Da nun für den Kreis $\frac{ds}{dt} = k$ und $\cos \tau = \sin \varphi = \sin \frac{kt}{r}$ ist, so hat man $c = k \sin \frac{kt}{r}$.

Fig. 6.

In B' hat c als Curve betrachtet einen Wendepunkt; von dem Augenblicke des durch Beobachtung gefundenen Wendepunktes wollen wir die Zeit t zählen. Wir erhalten unsere Formeln in sehr einfacher geschlossener Form, wenn wir bei der Zeit t und $2t$ beobachten.

$$c' = k \cdot \sin \frac{kt}{r}; \; c'' = k \cdot \sin \frac{2kt}{r} = 2k \cdot \sin \frac{kt}{r} \cos \frac{kt}{r};$$

und
$$\frac{c''}{2c'} = \cos \frac{kt}{r}; \; \frac{k}{r} = \frac{1}{t} \, Arc \cos \left(\frac{c''}{2c'}\right);$$

also: $k = \frac{c'}{\sin\frac{kt}{r}} = \frac{2c'^2}{\sqrt{4c'^2 - c''^2}}$; . . . . 1)

$r = \frac{2c'^2}{\sqrt{4c'^2 - c''^2}\, Arc\cos\left(\frac{c''}{2c'}\right)}$; . . . . 2)

Hat man nun bei Wellenlängen beobachtet, welche von der mittleren nicht weit abstehe, so hat man k und r näherungsweise bestimmt und man kann die Correction wegen der Lichtverzögerung bei der Bewegung des Sternes anbringen.

Der Weg, den das Licht bei der Fortbewegung des Sternes mehr zu durchlaufen hat, ist: $s = r\,(1 - \cos\varphi) = \gamma\tau$; und die Verzögerung:

$$\tau = \frac{r}{\gamma}\left\{1 - \cos\frac{kt}{r}\right\};$$

die wahre Zeit $t = t' - \tau$, wobei t' die beobachtete Zeit bedeutet. Man hat nun

$$t = t' - \frac{r}{\gamma}\left\{1 - \cos\frac{kt'}{r}\right\},$$

wobei man, um das wahre t zu finden, annäherungsweise r, k, t einsetzt, mit der richtigeren Zeit t_1, t_2, t_3; wiederholt man nun die Rechnung, und bestimmt, wie gewöhnlich, aus linearen Gleichungen die Fehler $\varkappa$, ϱ von k, r, indem man die höheren Potenzen vernachlässigt.

II. Auf ähnliche Weise verfährt man, wenn man eine elliptische Bahn zu bestimmen hat, die sich dem Kreise nähert. Man rechnet die Elemente für den Kreis und fügt die Correction hinzu.

III. Schwieriger ist die Rechnung bei einem Kegelschnitte im Allgemeinen, denn man hat hier mehrere transcendente Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Es bleibt in diesem Falle nichts übrig, als ein systematisches schnell zum Ziele führendes Tatonnement zu suchen.

Im Allgemeinen ist es wahrscheinlich, dass wir es bei farbigen Sternen nicht mit Kegelschnitten zu thun haben, sondern mit anderen ähnlichen Bahnen, weil man der schnellen Bewegung wegen auf den Widerstand im Aether Rücksickt nehmen muss. Auch kann sich ein Stern um einen anderen, mit diesem um einen dritten u. s. f. bewegen, wo wir alsdann eine Farbenperiode erhalten werden, welche wieder mehrere kleinere Perioden enthält.

Nach einer kurzen Ueberlegung sieht man ein, wie wichtig die eben eingeführte Anwendung der Doppler'schen Theorie ist; denn dieses Mittel wird zur Erweiterung der Astronomie eben erst da anwendbar, wo die übrigen aufhören es zu sein. Es werden

uns Gegenden des Himmels aufgeschlossen und unserem Wissen näher gebracht, von deren Verhalten wir früher keine Ahnung haben konnten. Werfen wir einen Blick auf den Himmel, so sehen wir Dinge, die längst nicht mehr so sind, wie sie sich uns darstellen; wir nehmen nur Ungleichzeitiges wahr. Wird die Anwendung unserer Theorie durchgeführt sein, so ist uns erst damit die wahre Anordnung der im Weltraume vertheilten Körper gegeben.

Zum Schlusse fühle ich mich noch verpflichtet dem Director des k. k. physikalischen Institutes, Herrn Regierungsrath Ritter v. Ettingshausen, hier meinen Dank für die Unterstützung bei dieser Arbeit auszusprechen.

Ueber die Controverse zwischen Doppler und Petzval, bezüglich der Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung.[1])

In dem Folgenden soll in Kürze die sowohl für die Physik, wie für die Astronomie interessante Controverse zwischen Doppler und Petzval bezüglich der Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung dargelegt werden. Ich will mich bemühen, die ziemlich unklaren Streitpunkte in ein helleres Licht zu setzen und werde zu diesem Zwecke zwar die historische Ordnung festhalten, aber nur die wesentlichsten Punkte herausheben.

I. Im Jahre 1849 erschien eine kleine Abhandlung von Doppler: „Ueber das farbige Licht der Doppelsterne“, worin behauptet wird, dass Tonhöhe und Farbe durch schnelle Bewegung der Wellenquelle oder des Beobachters geändert werden. Doppler leitet dies durch eine ganz einfache Betrachtung ab, indem er annimmt, dass von der Wellenquelle in gleichen Zwischenzeiten Impulse ausgehen, welche, mit bestimmter Geschwindigkeit fortschreitend, Auge oder Ohr treffen. Je nachdem nun der Beobachter sich gegen oder von der Quelle bewegt, werden für ihn die Impulse schneller oder langsamer auf einander folgen, d. h. eben der Ton wird höher oder tiefer, die Farbe rückt gegen das Vio-

---

[1]) Diese Abhandlung erschien 1861 in Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik u. Physik. — (1873).

lette oder Rothe. Aehnliches findet statt, wenn sich die Quelle allein bewegt oder Quelle und Beobachter zugleich in Bewegung sind. Mit Hinweglassung der sehr einfachen Rechnung will ich blos die Formel angeben, zu welcher man auf diese Art gelangt.

Ist $\varkappa$ die Geschwindigkeit der Wellenquelle, c die des Beobachters, γ die der Welle, ferner τ die Schwingungsdauer der Quelle und τ' die scheinbare Schwingungsdauer, so hat man

$$\tau' = \tau \cdot \frac{\gamma - \varkappa}{\gamma - c},$$

wobei $\varkappa$ und c positiv zu nehmen sind in der Richtung von der Quelle zum Beobachter, negativ in der entgegengesetzten.

Doppler verwendet den angegebenen Satz zur Erklärung der Erscheinungen an farbigen Sternen, indem er annimmt, die Geschwindigkeit dieser Sterne sei nicht verschwindend gegen die Lichtgeschwindigkeit.

Die Doppler'sche Behandlungsweise des Gegenstandes genügt wohl nach den gegebenen Andeutungen nicht den Anforderungen der strengen Wissenschaft, sondern kann nur als erster Versuch einer Theorie gelten. Wir besprechen später die von Petzval vorgebrachten Einwürfe speciell. Ist aber auch die Doppler'sche Ableitung ungenau, so scheint doch das gewonnene Resultat richtig zu sein. Es wurden nämlich zur Prüfung des erwähnten Satzes zahlreiche Experimente angestellt, welche fast sämmtlich zur Befriedigung ausfielen. Dass der einzige Gegenversuch von Angström [1]) (mit dem Spectrum des elektrischen Funkens) gar nicht entscheiden könne, glaube ich in einer früheren Abhandlung [2]) dargethan zu haben, in welcher ich auch eigene Experimente anführe, die mir noch mehr als die ältern für den Doppler'schen Satz zu sprechen scheinen.

Es dürfte demnach, wenigstens für den Augenblick, nicht nöthig sein, auf die Experimente näher einzugehen, wir können uns auf die theoretische Seite des Streites beschränken.

II. Doppler's Ansicht wurde von Professor Petzval angegriffen in der Schrift: „Ueber ein allgemeines Princip der Undulationslehre, Gesetz der Erhaltung der Schwingungsdauer.“ Sitzungsberichte der k. k. Akademie der Wissenschaften VIII. Bd. S. 134.

Ich will mit Uebergehung des für eine mathematische Ab-

---

[1]) Optische Untersuchungen. Pogg. Ann. 94. Bd. S. 141.

[2]) Ueber die Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung. Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien 41. Bd. S. 543.

handlung allzu reichen oratorischen Schmuckes den wesentlichen Inhalt dieses Aufsatzes darlegen.

Es giebt drei Differentialgleichungen der Bewegung eines Systems von materiellen Punkten, das gleiche Elasticität nach allen Seiten besitzt:

$$a\frac{d^2\xi}{dt^2} = 3\frac{d^2\xi}{dx^2} + \frac{d^2\xi}{dy^2} + \frac{d^2\xi}{dz^2} + 2\frac{d^2\eta}{dx\,dy} + 2\frac{d^2\zeta}{dx\,dz},$$

$$a\frac{d^2\eta}{dt^2} = \frac{d^2\eta}{dx^2} + 3\frac{d^2\eta}{dy^2} + \frac{d^2\eta}{dz^2} + 2\frac{d^2\xi}{dx\,dy} + 2\frac{d^2\zeta}{dy\,dz},$$

$$a\frac{d^2\zeta}{dt^2} = \frac{d^2\zeta}{dx^2} + \frac{d^2\zeta}{dy^2} + 3\frac{d^2\zeta}{dz^2} + 2\frac{d^2\xi}{dx\,dz} + 2\frac{d^2\eta}{dy\,dz}.$$

Diese Gleichungen sind unter der Voraussetzung abgeleitet, dass sehr nahe an einander liegende Punkte auch nahezu dieselbe Bewegung annehmen, was auch bei sehr heftigen Bewegungen stattfindet, wenn nur die Continuität der Masse nicht verletzt wird. Die Gleichungen gelten dann auch für diese heftigen Bewegungen.

Sollten auch künftighin andere Bewegungsgleichungen aufgestellt werden, welche sich der Erfahrung genauer anschliessen, so werden sie doch mit den obigen drei Eigenschaften gemein haben:

1. die lineare Form;

2. ξ, η, ζ gehen undifferentiirt in die Gleichungen nicht ein, weil nur der Unterschied der Verschiebung benachbarter Theile Molecularkräfte weckt;

3. nur die zweiten Differentialquotienten von ξ, η, ζ nach t sind in den Gleichungen enthalten.

Aus diesen ganz allgemeinen Eigenschaften der Gleichungen lassen sich nun schon Schlüsse ziehen. Es ist z. B. eine unmittelbare Folge der linearen Form der Gleichungen, dass, wenn die Functionen ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 . . . . für sich genügen, auch die Summe $\Sigma C_n \vartheta_n$ Genüge leistet, wo C eine Constante bedeutet.

Aus der linearen Form der Gleichungen folgt also das sogenannte Princip der Coexistenz der elementaren Bewegungen. Wird in einem elastischen Medium zugleich eine Strömung und eine Undulation erregt, so legen sich beide Bewegungen über einander, ohne sich zu stören; auch werden alle Elemente, welche die Undulation charakterisiren, also auch die Schwingungsdauer und im Zusammenhange damit Ton und Farbe durch die Strömung in keiner Weise afficirt.

Petzval begnügt sich nicht mit dieser ganz allgemeinen Ableitung, sondern stellt specielle Differentialgleichungen auf für

die Bewegung eines Mediums, in welchem sich irgend eine permanente Strömung mit einer Undulation combinirt. Er untersucht, welche Schwingungsweise sich legen lasse über eine mit der Zeit unveränderliche Strömung, deren Geschwindigkeitscomponenten u, v, w also nur Functionen der Coordinaten und nicht der Zeit sind. Die der Undulation angehörigen ξ, η, ζ werden nicht auf ein bestimmtes Theilchen, sondern auf einen bestimmten Ort bezogen. Petzval findet, dass man den aufgestellten Gleichungen genügen könne, indem man für die Undulation setzt:

$$\xi = e^{\pm st\sqrt{-1}} X, \quad \eta = e^{\pm st\sqrt{-1}} Y, \quad \zeta = e^{\pm st\sqrt{-1}} Z,$$

wobei s eine Constante ist, welche die Schwingungsdauer bestimmt; X, Y, Z werden nur als Functionen von xyz betrachtet. — Substituirt man diese ξ, η, ζ in die von Petzval aufgestellten Gleichungen, so fällt nämlich mit der Exponentielle zugleich das t heraus, es bleiben nur X, Y, Z zurück und lassen sich immer von einer solchen Form wählen, dass sie der Gleichung genügen. Ein constantes s in den Ausdruck ξ, η, ζ gesetzt d. h. eine constante Schwingungsdauer befriedigt demnach die Gleichung. Es lässt sich also über eine permanente Strömung eine Schwingungsweise mit an allen Orten constanter Schwingungsdauer legen.

Würde man im Gegentheil s als variabel betrachten, so fällt t nicht aus der Gleichung und man wird zu einem Widerspruche geführt, indem man X, Y, Z als unabhängig von t vorausgesetzt hat und doch eine Abhängigkeit bestehen müsste, weil zugleich mit X, Y, Z auch t in der Gleichung erscheint. — Nun wird noch gezeigt, dass eine schwingende Fläche $\varphi(x, y, z) = 0$ in einem von permanenten Strömungen durchzogenen Medium nur eine Schwingungsweise mit aller Orten constanter Schwingungsdauer erregen könne. — Betrachten wir den Petzval'schen Gedankengang, so finden wir, dass er auf den Doppler'schen Fall gar nicht passt, sondern diesen im Gegentheil *a priori* ausschliesst. Petzval spricht von einer aller Orten constanten Schwingungsdauer. Doppler's Satz behauptet aber gar nichts über die Schwingungsdauer an diesem oder jenem Orte, welcher eben als mit der Zeit variabel betrachtet wird. Die Tonhöhe hängt ja nach Doppler nicht von der Entfernung des Beobachters von der Tonquelle, sondern von seiner Geschwindigkeit ab, von dem Differentialquotienten der genannten Entfernung nach der Zeit genommen.

In einem schwingenden Medium sind die ξ, η, ζ im Allgemeinen Functionen der Zeit und der Coordinaten, denn sie sind

sowohl zu verschiedenen Zeiten, als auch an verschiedenen Orten verschieden. So lange x, y, z dieselben sind, betrachtet man offenbar die Schwingung an einem und demselben Orte; will man die Schwingung für einen bewegten Beobachter untersuchen, so sind alle irgendwie in ξ, η, ζ enthaltene x, y, z als Functionen der Zeit zu betrachten. In Petzval's Ausdrücken z. B.:

$$\xi = e^{\pm st\sqrt{-1}} X \text{ etc. etc.}$$

wären eben die in X, Y, Z enthaltenen x, y, z als mit t variabel zu betrachten, auch beim Differentiiren nicht als independent variabel, sondern sämmtlich als Functionen von t zu behandeln. Da Petzval dieses alles nicht berücksichtigt, so behandelt er eben den Doppler'schen Fall nicht. — Die ganze Anlage von Petzval's Rechnung scheint auf einem Missverständnisse zu beruhen. Betrachtet man einen einzigen Punkt in einem Medium, so ist es offenbar gleichgültig, ob man den Punkt als bewegt und das Medium als ruhend betrachtet, oder umgekehrt. Hingegen wird es nie gelingen, die relative Bewegung zweier Punkte gegen einander durch eine Strömung des Mediums zu ersetzen. Wenn also Petzval glaubt, er behandle den Doppler'schen Fall, indem er statt Quelle und Beobachter gegen einander zu bewegen, beide ruhen lässt und das Medium in Strömung versetzt, so irrt er.

Wollte man die Sache kurz in allgemein verständliche Worte zusammenfassen, so würde man sagen:

1. Petzval hat durch seine Deduction gezeigt, dass windiges Wetter keinen Einfluss übe auf die Tonhöhe.

2. Doppler untersucht, wie die Tonhöhe durch die relative Bewegung von Quelle und Beobachter afficirt wird.

Die Resultate beider Untersuchungen können sich nicht widersprechen.

Der durch Petzval's Aufsatz eingeleitete Streit führte nun, wie dies wohl gewöhnlich ist, zu keinem andern Resultate, als dass jede Partei auf ihrer Aussage beharrte. Doppler berief sich auf das Experiment, Petzval auf die Deduction. Keinem fiel es ein, die Gründe des Andern genauer zu prüfen.

III. Hierauf erschienen noch zwei Abhandlungen [1]) von Petzval, bei deren Betrachtung wir finden, dass die Streitfrage in eine neue Phase getreten sei. Petzval macht nun nicht den Satz der

---

[1]) Ueber die Unzukömmlichkeiten gewisser populärer Anschauungen in der Undulationslehre etc. Sitzungsberichte VIII Seite 567 und IX Seite 699.

Erhaltung der Schwingungsdauer, als vielmehr ganz andere und untergeordnete Gründe gegen Doppler geltend. Petzval weist eigentlich blos nach, inwiefern der Doppler'sche Satz mangelhaft deducirt sei, und leitet zuletzt sogar selbst eine der Doppler-schen Formel entsprechende aus den Gleichungen der Mechanik ab, indem er aber auch gegen diese jene untergeordneten Gründe geltend macht. Betrachten wir die einzelnen Punkte etwas näher, so finden wir folgende Haupteinwürfe:

α. Doppler betrachtet die Welle als ein Individuum, statt die Elementarwellen in Rechnung zu ziehen.

β. Es wird stillschweigend vorausgesetzt, dass die progressive Bewegung der Tonquelle keinen Einfluss übe auf das Medium, was unstatthaft ist.

γ. Endlich kann man bei Auswerthung der Doppler'schen Formel auch negative und unendlich hohe Töne erhalten, was absurd ist.

Was sich gegen diese Einwürfe wieder vorbringen lässt, habe ich bereits in der oben citirten Abhandlung angeführt; im Allgemeinen sind sie wohl richtig, beweisen aber nur, dass der Doppler'sche Satz mangelhaft deducirt sei. Welche Modificationen die Doppler'sche Formel erfahren würde, wenn man alle diese Nebenumstände in Betracht ziehen wollte, kann Petzval ebensowenig angeben als Doppler, da keiner von beiden die Rechnungen durchgeführt hat. — Es hätte gar keinen Sinn, wenn man, wie Petzval immer wünscht, Doppler's Satz durch Petzval's Princip ersetzen wollte. Beide Sätze beziehen sich auf ganz verschiedene Fälle und der eine kann dem andern ebensowenig substituirt werden als ein Lehnstuhl einem Droschkenpferde.

Den meisten Nachdruck legt Petzval auf die Veränderung des Mediums durch die progressive Bewegung der Tonquelle; denn er giebt zu, dass der Doppler'sche Satz eine gewisse Giltigkeit hätte, wenn diese Veränderung nicht wäre, wenn man sich die Quelle als imaginären Punkt denken könnte, der, indem er sich bewegt, das Medium nicht afficirt. Für diesen Fall leitet Petzval selbst eine der Doppler'schen Formel nahekommende ab, und zwar aus der Gleichung für die plane Welle in einem elastischen Medium. Hieraus ist schon klar, dass diese Formel dem Principe nicht widerspreche; nur Petzval widerspricht sich selbst, denn er verfuhr in der ältern Abhandlung von Doppler abweichend, indem er nur die Schwingungsdauer an beliebigen, der Zeit nach unveränderlichen Orten untersuchte, und verfährt in

den folgenden Arbeiten mit Doppler übereinstimmend, indem er auf die Bewegung Rücksicht nimmt.

Die Gleichung, welcher eine auf der Achse der X senkrechte Planwelle genügt, ist:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = s^2 \frac{d^2\xi}{dx^2},$$

ihr Integrale:

$$\xi = f(x - s t) + F(x + s t),$$

wobei f, F willkürliche Functionen sind. Diese f, F werden hier so gewählt, dass $f(z)$, $F(z)$ nur für solche z, welche von 0 wenig abweichen, von der Null verschiedene Werthe haben. Die Constante s bezeichnet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Setzt man nun eine Reihe von sehr kleinen Erregungen des Mediums voraus, welche das Gesetz $\sin k\vartheta \, d\vartheta$ befolgen, wobei ϑ die Zeit ist und die mit der Geschwindigkeit c fortschreiten, so ist für den Ort x und die Zeit t die aus den Elementarwellen resultirende Erregung:

$$\xi = \int_0^t f\left\{x - c\vartheta - s(t-\vartheta\right\} \sin k\vartheta \, d\vartheta$$

$$+ \int_0^t F\left\{x - c\vartheta + s(t-\vartheta)\right\} \sin k\vartheta \, d\vartheta$$

Durch Ausführung der Integration ergiebt sich:

$$\xi = \frac{A}{c-s} \sin \frac{k}{c-s}(x - st) + \frac{B}{s+c} \sin \frac{k}{s+c}(x + st),$$

wobei A, B constante Grenzintegrale bezeichnen. Dieses Resultat stimmt bezüglich der Wellenlänge augenscheinlich mit dem Doppler'schen überein, giebt aber zugleich auch Aufschluss über die Intensität der Welle.

Offenbar ist diese Ableitung viel schöner, vollständiger und strenger, als die Doppler'sche, doch erklärt Petzval dieselbe für unbrauchbar, weil auf die durch die progressive Bewegung der Tonquelle erregte Strömung keine Rücksicht genommen wird. Ich habe in der früher citirten Abhandlung zu zeigen versucht, dass diese Strömung, bei bewegten Körpern von kleinem Querschnitte, wo das Medium zur Seite ausweichen kann, die Ergebnisse des Calcüls nicht bedeutend afficirt. Die Petzval'sche Formel wird im Gegentheil in den meisten Fällen sich der Wahrheit sehr nähern und in manchen speciellen streng richtig sein.

Es scheint mir, dass Petzval seine Analyse bloss deshalb als unbrauchbar verwirft, weil er nicht eingestehen will, dass die Ausdehnung des Satzes der Erhaltung der Schwingungsdauer auf den Doppler'schen Fall unberechtigt war.

IV. Fassen wir die Hauptpunkte unserer Untersuchung noch einmal zusammen, so können wir Folgendes als constatirt ansehen:

1. Doppler's Ansicht wird durch die Experimente bestätigt.
2. Petzval's Satz der Erhaltung der Schwingungsdauer darf auf den Doppler'schen Fall nicht ausgedehnt werden.
3. Petzval zeigt, dass Doppler's Formeln ungenügend deducirt seien.
4. Petzval leitet auf strengere Weise den Doppler'schen Formeln nahe kommende ab, die er zwar selbst für unbrauchbar erklärt, die aber nichtsdestoweniger in den meisten Fällen anwendbar sind.

Die von Petzval vorgebrachten Gründe können also Doppler's Ansicht eher bestätigen als widerlegen. Dagegen bleibt für die vollständige mathematische Erklärung des Factums, mit Berücksichtigung aller Nebenumstände, noch viel zu leisten übrig, und es ist der letzte Zweck dieses Aufsatzes, diese Arbeit von Neuem anzuregen.

Man würde das Problem beiläufig auf folgende Art angreifen:

Denkt man sich eine begrenzte Ebene in einem elastischen Medium senkrecht zu sich selbst mit constanter Geschwindigkeit fortschreitend, so wird diese, einen bestimmten Anfangszustand vorausgesetzt, dem Medium nach einer gewissen Zeit einen gewissen Dichtenzustand beigebracht haben. Ueber dieses Medium von überall bekannter Dichte kann man nun die von der Ebene ausgehenden Schwingungen legen.

Diese Betrachtung führt zu ziemlich complicirten Differentialgleichungen, deren Integration mir aber hoffentlich noch gelingen wird, falls nicht zum Vortheile der Wissenschaft ein gewandterer Mathematiker die Lösung dieser Aufgabe übernehmen sollte.

Ueber die Aenderung des Tones und der Farbe durch Bewegung.[1]

Im 112. Bande dieser Annalen befindet sich eine Abhandlung gleichlautenden Titels. Das Folgende soll dieselbe vervollständigen.

A. Theoretisches.

I. Unmittelbar nach der genannten ersten Abhandlung erschien ein Aufsatz von Prof. Petzval[2], von welchem es schwer zu entscheiden ist, ob derselbe einen Angriff gegen meine Arbeit enthalten soll, oder dieselbe vielmehr vornehm ignoriren will. Petzval spricht mit einer gewissen Herablassung auch von den Bestrebungen meiner Wenigkeit und zieht, wie ich gestehen muss, sehr siegreich gegen die falschen Vorstellungen los, die er sich von meinen Ideen über die Doppler'sche Theorie macht. Der unbefangene Leser findet übrigens, Petzval's und meinen Aufsatz vergleichend, dass der erstere keinen Angriff enthält, der auf irgend einen Punkt des letzteren passen würde[3]. Es sei mir deshalb erlassen, diese Arbeit speciell zu besprechen.

In Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik (1861, 2. Heft) habe ich die mathematischen Einwendungen Petzval's gegen Doppler näher betrachtet und folgende Sätze festgestellt:

1. Das Princip der Erhaltung der Schwingungsdauer[4] sagt aus, dass bei einer permanenten Strömung in einem Medium, wenn irgendwo Schwingungen erregt werden, an jedem beliebigen aber mit der Zeit unveränderlichen Orte, die Schwingungsdauer dieselbe, also durchgängig constant sei. — Doppler's Satz lehrt die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der relativen Geschwindigkeit der Wellenquelle und des Beobachters. — Beide Sätze beziehen sich also auf verschiedene Fälle. — Wollte man aus Petzval's Princip die Unrichtigkeit des Doppler'schen Satzes folgern, so wäre diess ein Schluss beiläufig folgender Art: An den Punkten A, B, C erfährt ein ruhender Körper keinen Widerstand des Mittels, also hat er auch keinen solchen zu erleiden, wenn er sich durch die Punkte A, B, C bewegt.

---

[1]) Diese Abhandlung erschien Pogg. Bd. 116. So sehr ich die Form dieser Note jetzt bedaure, muss ich sie doch hier folgen lassen, da sie Punkte enthält, auf die ich Gewicht lege (1873).

[2]) Sitzungsberichte d. k. k. Akademie d. Wissensch. Bd. 41, S. 581.

[3]) So beruft sich z. B. Petzval auf die Angström'schen Versuche, ohne meine bereits früher gegebene Widerlegungen derselben zu berücksichtigen.

[4]) Petzval, Sitzungsber. VIII, Bd. S. 567.

2. Die Anwendung des Petzval'schen Principes auf den Doppler'schen Fall beruht auf einem Missverständniss. Petzval meint in seiner mathematischen Deduction die relative Bewegung von Wellenquelle und Beobachter durch eine Strömung des Mediums ersetzen zu können, was aber unstatthaft ist. Man kann diess so wenig als man überhaupt zwei Bedingungen, zwei Gleichungen durch eine Bedingung, eine Gleichung zu ersetzen vermag. Petzval's Princip sagt also nicht mehr, als dass Wind und Wetter auf die Tonhöhe keinen Einfluss haben. Populär könnte man das Verhältniss beider Gezetze, des Petzval'schen und des Doppler'schen so veranschaulichen. Wenn man Prof. Petzval, etwa für die Erfindung seines Principes, ein Ständchen brächte, so würde dieses selbst bei weniger gemüthlichem Wetter in derselben Tonart, ebenso harmonisch und melodisch zu seinen Fenstern hinauftönen, wie am schönsten Maimorgen. Dagegen könnte man nach Doppler, von der Höhe herabfallend einen Chor aus E-dur ganz wohl in F-dur hören. Um übrigens zu diesen Resultaten zu gelangen, hätte es nicht der weitläufigen Rechnungen Petzval's bedurft. Die Doppler'sche Anschauungsweise lehrt dasselbe. Es ist offenbar gleichgiltig, ob von der Quelle A zum Beobachter B eine Strömung von der Geschwindigkeit c geht, oder ob A und B sich gleichzeitig beide mit der Geschwindigkeit c in entgegengesetzter Richtung bewegen, während das Medium ruht. Setzen wir nun in der Formel

$$\tau' = \tau \cdot \frac{\gamma - \varkappa}{\gamma - c}$$

$\varkappa = c$, was die obige Bedingung ausdrückt, so erhalten wir $\tau = \tau'$, d. h. die Tonhöhe wird nicht geändert, wenn Quelle und Beobachter sich mit gleicher Geschwindigkeit nach gleicher Richtung bewegen, oder wenn in entgegengesetzter Richtung das Medium strömt.

3. Dass Petzval in zwei späteren Aufsätzen [1]) den Doppler'schen Satz auf strengere Weise herleitet als Doppler, befestigt die Ueberzeugung, dass zwischen beiden Sätzen kein Widerspruch besteht. Und doch beruft sich Petzval immer auf sein Princip, wenn er Doppler angreift.

Obwohl nun die bezeichneten Irrthümer ganz elementare sind, versäumte Hr. Prof. Petzval doch keine Gelegenheit (namentlich in dem Aufsatze „über ein allgemeines Princip der Undulationslehre") die höhere Analysis für eine Grossmacht zu erklären. In

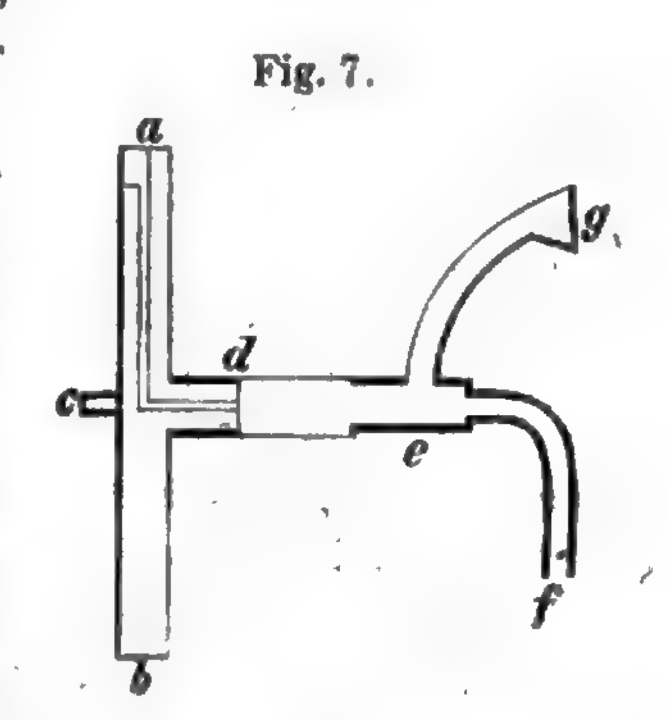
[1]) Sitzungsberichte IX. S. 699.

einer unheimlichen Einleitung spricht er von den Geistern der Differentialgleichungen und thut mit diesen so geheimnissvoll, dass dem Leser unwillkührlich die Worte beifallen: „Mein Freund' das lerne wohl verstehn, diess ist die Art mit Hexen umzugehn!"

B. Experimentelles.

1. Einen Apparat um die Tonänderung durch Bewegung experimentell direct nachzuweisen, sowie die mit demselben durchgeführten Versuche habe ich bereits in der früher citirten Abhandlung beschrieben. Es gelang mir nun durch eine geringe Modification den Apparat so einzurichten, dass man an demselben sowohl den Doppler'schen Satz als auch das Petzval-sche Princip zugleich demonstriren kann, zum Beweise, dass beide sich nicht widersprechen. Eine Stange *ab*, welche bei *a* ein Schnarrpfeifchen trägt, rotirt um die Axe *cd*. Durch den Schlauch *fed* und die Bohrung *da* wird mittelst eines Blasebalgs dem Pfeifchen *a* während der Rotation Luft zugeführt. Bringt man nun bei *e* ein Seitenrohr an, welches bei *g* mit einer elastischen Membran verschlossen ist, so hört man von aussen, wegen der fortwährenden Aenderung der Geschwindigkeit des *a* gegen das Ohr des Beobachters ein Schwanken des Tones (Doppler's Satz). Dagegen vernimmt man bei *g* einen vollkommen constanten Ton, da hier die Entfernung *geda* unveränderlich ist. Der bei *g* gehörte Ton ist nun derselbe, den *a* überhaupt giebt, wenn es ruht, obwohl hier zwischen *g* und *a* eine permanente Strömung von bedeutender Geschwindigkeit in der Richtung *eda* stattfindet. (Petzval's Princip.)

Fig. 7.



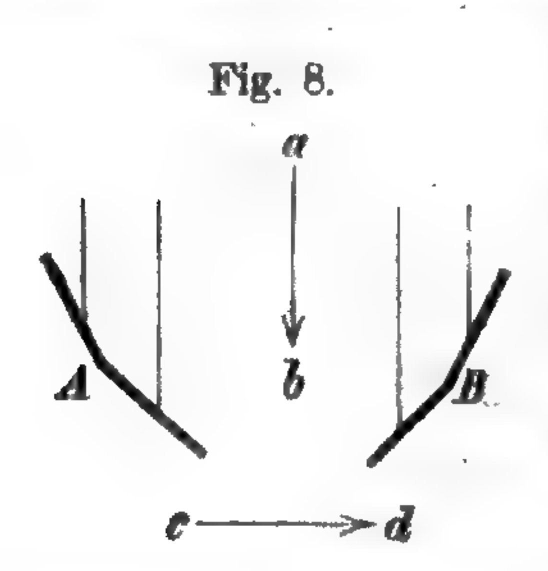
2. Ein directer experimenteller Nachweis des Gesetzes für die Farbe ist der grossen Lichtgeschwindigkeit wegen bisher noch nicht möglich gewesen. Fizeau[1]) hat durch Messungen gezeigt, dass das Licht in einem bewegten Körper anders gebrochen wird als in einem ruhenden. Er verwandte nämlich die grösste uns zu Gebote stehende Geschwindigkeit, die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, und untersuchte die mit der Brechung zusammen-

[1]) Comptes rendus T. 49. p. 717 und Pogg. Ann. Bd. 109.

hängende Ablenkung der Polarisationsebene. Es zeigte sich eine messbare Differenz in dieser Ablenkung, je nachdem der brechende Körper dem Lichte mit der Geschwindigkeit der Erde entgegen kam oder demselben entfloh. Es ist hier nicht der Ort auf die Einwendungen von Faye[1]) gegen Fizeau einzugehn, welche übrigens, wie mir scheint, die Fizeau'sche Methode gar nicht treffen.

Mit Rücksicht auf Fizeau's Messungen erlaube ich mir nun ein Experiment vorzuschlagen, welches in der nöthigen Feinheit auszuführen, ich selbst nicht in der Lage bin. Man stelle um die Mittagszeit, in ähnlicher Weise wie Fizeau seine beiden Planspiegel, zwei Interferenzspiegel *A*, *B* auf. In der Richtung des Pfeiles *ab* falle das Sonnenlicht ein, in der Richtung *cd* bewegen sich vermöge der Geschwindigkeit der Erde die beiden Spiegel *A* und *B*, so dass augenscheinlich *A* so zu sagen das Licht auffängt, während *B* dem Lichte entflieht. An einem bewegten Körper wird nicht nur die Richtung der Reflexion eine andere, sondern auch die Wellenlänge wird geändert, wie dies auch bei den bekannten Eisenbahnversuchen beobachtet wurde. Ist nun, wie Fizeau gezeigt hat, die Geschwindigkeit der Erde gross genug, um einen merklichen Einfluss auf das Azimut der Polarisationsebene zu äussern, so dürfte auch die Differenz der Wellenlänge des von *A* und *B* reflectirten Lichtes, demnach der Unterschied der von beiden Spiegeln herrührenden Interferenzstreifen messbar sein, namentlich bei dieser Disposition, wo uns noch das Princip der schiefen Ebene zu gut kommt.[2])

Fig. 8.



C. Anwendung der Theorie.

In meiner ersten Abhandlung über diesen Gegenstand gab ich eine Methode an, aus der Farbenänderung eines Sterns dessen Bahnelemente zu bestimmen. Peters hebt (in den „Astronomischen Nachrichten“ 1860) hervor, dass Lamont diesen Gegenstand schon früher besprochen habe. Es scheint mir übrigens, als ob Lamont den Gedanken nie so klar und bestimmt ausgesprochen hätte, wie dies in meiner Abhandlung geschieht. Man

[1]) Comptes rendus T. 49. p. 870.

[2]) Natürlich lege ich auf diesen Vorschlag, da nun die Frage ganz anders steht, gar kein Gewicht mehr. — (1873.)

dürfte sich hievon am einfachsten überzeugen, wenn man den Artikel, auf welchen Peters sich bezieht, in Lamont's Astronomie und Erdmagnetismus nachliest. Diese Sache hat übrigens um so geringere Wichtigkeit, als die Methode wahrscheinlich keine praktische Anwendung finden wird.

Mädler [1]) hat nämlich, wie mir scheint, durch sehr triftige Gründe nachgewiesen, dass sämmtliche bisher bestimmte kosmische Bewegungsgeschwindigkeiten zu klein seien, um merkliche Farbenveränderungen zu bewirken. Die Methode dürfte demnach in höchst seltenen Fällen vielleicht auch gar nicht anwendbar sein. Uebrigens muss ich hier bemerken, dass Messungen am Spectrum wohl auch dann noch zu Resultaten führen könnten, wenn durch das Auge keine Farbenänderungen mehr wahrzunehmen sind. Solche Messungen sind dann schon deshalb zu beachten, weil ihre Genauigkeit von der Entfernung unabhängig ist, weil sie also dort anfangen von Werth zu sein, wo die Parallaxe unbrauchbar wird. — Ferner ist aufrecht zu halten, dass man nicht mit demselben Rechte die Erklärung aller beobachteten Farben und die Erklärung der Farbenänderung der Sterne durch die Doppler'sche Theorie verwirft. Dass die Theorie am Himmel keine Anwendung findet, hat natürlich mit ihrer Richtigkeit nichts zu schaffen.

Diese Controverse scheint mir nun im Wesentlichen abgeschlossen zu sein. Die Hauptresultate sind folgende:

1. Was gegen den Doppler'schen Satz, betreffend die Ton- und Farbenänderung durch Bewegung, von Seite der Theorie und des Experimentes eingewendet wurde, beruht auf Missverständnissen.
2. Trotzdem dass die Theorie richtig ist, findet sie wahrscheinlich keine Anwendung auf die Erklärung der Farben der Sterne.

An diesen Resultaten können wir, wie ich glaube, um so mehr festhalten, als der Hauptgegner Dopplers, Hr. Prof. Petzval seit längerer Zeit durch Schweigen seine Zustimmung zu erkennen giebt.

[1]) Ueber kosmische Bewegungsgeschwindigkeiten. Sitzungsber. der k. k. Akad. zu Wien 1861, Februar, S. 286.

Zusatz.

Bei **Pisko** (neuere Apparate der Akustik S. 224) findet sich bei Gelegenheit der Besprechung meines S. 12 beschriebenen Apparates, die Angabe, dass ich im Begriffe sei, den Apparat für Schwebungen einzurichten. Die Ausführung dieses Versuches unterblieb, da ich noch vor derselben die Nachricht erhielt, dass bereits **König**, wie dies bei **Pisko** (S. 224) und bei **Ketteler** (a. a. O. S. 24) beschrieben ist, das Experiment ausgeführt habe.

Wenn man von zwei gleichgestimmten Stimmgabeln die eine bewegt und dadurch Schwebungen erhält, so kann dies als ein Deformiren einer in der Luft befindlichen Interferenzfigur und als ein Verschieben derselben über dem Ohre des Beobachters betrachtet werden. Klebt man an die eine Zinke einer grossen Stimmgabel ein Zündhölzchen, welches man beim Schwingen in der Nähe des Randes einer rechteckigen Quecksilberwanne eintauchen lässt, so erscheint auf dem Quecksilber eine schöne aus hyperbolischen Streifen bestehende Interferenzfigur, welche aus den directen und reflectirten Wellen hervorgeht. Verschiebt man die Gabel, so deformirt und verschiebt sich die Figur.

Das optische Analogon des **König**'schen und des eben angeführten Versuches ist längst bekannt. Setzt man vor das Objectiv eines auf eine leuchtende Spalte eingestellten Fernrohrs eine Doppelspalte und vor diese einen **Jamin**'schen Compensator so, dass die Trennungslinie beider Platten auf den Zwischenraum der Doppelspalte fällt, so verschieben sich beim Drehen des Compensators die Minima zweiter Classe. Die beiden Theile der Doppelspalte sind hier zwei Lichtquellen, welche, weil der Weg der einen zu einem Punkt der Brennebene des Fernrohrs durch continuirliches Einschieben von Glas continuirlich verändert wird, mit einander Schwebungen geben. Dieselbe Erscheinung lässt sich auch als einfache Verschiebung einer Interferenzfigur auffassen.

Ich führe dies an, weil man daraus sieht, dass das **Doppler**'sche Princip eigentlich kein neues Princip ist. (1873.)



